401. 相對微分幾何ニツイテ

松　村　宗　治（台北大）

（I）　平面ノ場合デ R — Krümmungsradius ガ一定ナラバ普通ノ記法ニヨリ

$$(1)\quad \frac{p(\theta)+p''(\theta)}{P(\theta)+P''(\theta)}=\kappa, \qquad (\kappa=\mathrm{const.})$$

ヨリ

$$(2)\quad \Phi(\theta)+\Phi''(\theta)=0$$

ヲ得。但シ

$$(3)\quad \Phi(\theta)=p(\theta)-\kappa P(\theta)$$

(3)ヨリ $\Phi(\theta)=0$ ヲウベク 結局 $\dfrac{p(\theta)}{P(\theta)}=\kappa$ トナル。

以上ノ逆モ成立スルカラ次ノコトガ分ル。R-Abstand ガ一定ナラバ R.-Krümmungsradius ハ一定デアリ其ノ逆モ亦成立スル。

(II) n個ノ函数ノ一組ノ相對微分幾何ヲ考究スルニハ

$$r=\int_0^1\frac{\varphi}{\psi}dx=\frac{\varphi}{\psi}$$

ニテ r ヲ定義スルトヨイト思フ．コヽニ r ハ φ，ψ ニ関スル相對的距離デアル。

從ツテ

$$\int_0^1\frac{\varphi}{\psi}dx=\frac{\varphi}{\psi}=\text{const.}$$

ハ相對的球ヲ表ハス。

尚スヽンデ例ヘバ Annals of Math. 27, p. 495 ニ於ケル Ingold ノ論文ヲ參照シテ此ノ場合ニ於ケル相對微分幾何ノ諸公式ヲ誘導スルコトハ興味アル問題デアル。

(III) 前ニモ考ヘタ

$$(1)\quad \frac{\partial^2\psi}{\partial u\partial v}-\frac{\partial\log\sin\omega}{\partial v}\frac{\partial\psi}{\partial u}-\frac{\partial\log\cos\omega}{\partial u}\frac{\partial\psi}{\partial v}=0$$

ヲ考ヘル。今

$$\xi=\frac{\partial\psi}{\partial u}\Big/\log\sin\omega,\qquad \eta=\frac{\partial\psi}{\partial v}\Big/\log\cos\omega,$$

$$\frac{\partial \xi}{\partial v}=\left\{\frac{\partial(\log\cos w)}{\partial u}\Big/\log\sin w\right\}\eta,$$

$$\frac{\partial \eta}{\partial u}=\left\{\frac{\partial(\log\sin w)}{\partial v}\Big/\log\cos w\right\}\xi.$$

トオケバ

$$(2)\quad r=\frac{\int \xi\cdot\log\sin w\,du+\eta\cdot\log\cos w\,dv+C_1}{\int \xi\cdot\log\sin w\,du+\eta\cdot\log\cos w\,dv+C_2}$$

トナル．コヽニ C_i ハ常数デアリ、r ハ相對的距離デアル。

但シ A-*surface* ノ他ノ A-*surface* ニ関スル相對微分幾何ヲ考ヘルノデアル。

此ノ場合ノ相對的球ノ式ハ上ノ r ヲ定数ニ等シトオケバヨイ。

今 $u=const.$，$v=const.$ ヲ say 表面ノ曲率曲線トセバ

$$(3)\quad \frac{\partial(\log\sin w)}{\partial v}=\frac{\partial(\log\sqrt{E})}{\partial v},$$

$$(4)\quad \frac{\partial(\log\cos w)}{\partial u}=\frac{\partial(\log\sqrt{G})}{\partial u}.$$

トナルヲ以テ

$$\sin w=\sqrt{E}\,U,\quad \cos w=\sqrt{G}\,V$$

トナリ

$$1=EU^2+GV^2$$

が成リ立ツ。

コヽニ U, V ハソレゾレ u 及ビ v ノミノ函数デアル。

媒介曲線ガ曲率曲線デナケレバ (3), (4) ノ代リ＝

$$(5)\qquad \frac{\partial(\log \sin \omega)}{\partial v}=\frac{G\dfrac{\partial E}{\partial v}-F\dfrac{\partial G}{\partial u}}{2H^2}$$

$$(6)\qquad \frac{\partial(\log \cos \omega)}{\partial u}=\frac{E\dfrac{\partial G}{\partial u}-F\dfrac{\partial E}{\partial v}}{2H^2}$$

ヲ考ヘルトヨイ． コヽ＝ E, F, G ハ Ψ 表面ノ第一基本量デアリ $H^2=EG-F^2$ デアル。

(5), (6) カラ

$$\left[\exp.\left\{\int\frac{G\dfrac{\partial E}{\partial v}-F\dfrac{\partial G}{\partial u}}{2H^2}dv+U\right\}\right]^2$$

$$+\left[\exp.\left\{\int\frac{E\dfrac{\partial G}{\partial u}-F\dfrac{\partial E}{\partial v}}{2H^2}du+V\right]^2=1$$

ヲ得ベシ。

(IV) 平面上＝二ツノ卵形線 C, C^* ガアッテ C ハ C^* ノ内部＝在ルモノトスル。

C 上ノ各点ヲ C^* 上ノ各点＝相對應セシメル．サテ C 上ノ O 点ハ C^* 上ノ O^* 点＝對應スルモノトシ今 P, P^* ヲ夫々 C 及ビ C^* 上＝トリ

$$OP=O^*P^*=S$$

ナラシム、但シ OP, O^*P^* ハソレゾレ C 及ビ C^* ノ弧ノ長サデソレガ S ＝相等シイトスル。

又 $\overline{PP^*}=\sigma$ トスル、而シテ

$$K(c, c^*)=\lim_{s\to 0}\frac{2\sigma}{s^2}$$

ヲ以テCノ及ビC^*ノ相對的曲率ト定義スルトヨイト思フ。

ソウスルト普通ノ記法ニヨリ

$$K^2 = g_{mn}(\kappa^m - \kappa^{*m})(\kappa^n - \kappa^{*n})$$

ヲ得ベシ。